

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS
FACULTAD DE INGENIERIA INDUSTRIAL

EXAMEN SUSTITUTORIO DE MATEMATICA II

Consideraciones generales:

- No está permitido ningún material de consulta ni el uso de calculadora.
- Solo se permite formulario básico.

1. Si $w = f\left(\frac{y-x}{xy}, \frac{z-y}{yz}\right)$, hallar

$$x^2 \frac{\partial w}{\partial x} + y^2 \frac{\partial w}{\partial y} + z^2 \frac{\partial w}{\partial z}$$

2. Sea $f(x) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \cos\left(\frac{1}{x^2 + y^2}\right) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

- a) ¿ f es diferenciable en $(0, 0)$? Justificar.
- b) ¿Sus derivadas parciales de primer orden son continuas? Justificar.

3. Una partícula está situada en el punto $(-2, 1)$ de una placa metálica cuya temperatura viene dada por

$$T(x, y) = 20 - 2x^2 - y^2$$

Midiéndose x e y en pulgadas y T en grados Celcius.

- a) ¿En qué dirección crece la temperatura más rápidamente?
 - b) ¿A qué ritmo se produce este crecimiento?
4. Determinar los extremos relativos de $f(x, y, z) = x^2 + xy + y^2 + 3z^2$ sujeto a $x + 2y + 4z = 60$.
5. Calcular la integral doble

$$\int \int_R \arctan\left(\frac{y}{x}\right) dA$$

donde R es la región limitada por $x^2 + y^2 \leq 4$ y las rectas $y = \sqrt{3}x$ y $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ en el primer cuadrante.

Los Profesores