UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA

CURSO : **CALCULO INTEGRAL**

SEMESTRE: FECHA : 06/02/2012

PRACTICA DIRIGIDA 4

1. **Ecuación Diferencial de Riccati**

   Las ecuaciones de la forma

   $$y' = p(x) + q(x)y + r(x)y^2$$

   Verificar que y_1 es solución de la ecuación (E) y hallar la solución general de (E)

   a) $y' + y^2 = x^2 - 2x$

   b) $(E)y' = -2 - y + y^2 \qquad y_1(x) = 2$

   c) $(E)y' = \dfrac{-4}{x^2} - \dfrac{1}{x}y + y^2 \qquad y_1(x) = \dfrac{2}{x}$

   d) $(E)y' = y^2 - \dfrac{1}{x}y + 1 - \dfrac{1}{4x^2} \qquad y_1(x) = \dfrac{1}{2x} + \tan x$

   e) $(E)y' = -y^2 + xy + 1 \qquad y_1(x) = x$

2. **Ecuación de Lagrange**

   Las ecuaciones de la forma

   $$y = x\varphi(y') + \psi(y')$$

   Ecuacún de Clairouts

   $$y = xy' + \psi(y')$$

   Resolver

   a) $y = 2xy' + ln(y')$

   b) $y = xy' + \dfrac{a}{2y'}, \quad (a = cte)$

   c) $2y = xy' + y' \ln y'$

   d) $y = x(1 + y') + (y')^2$

   e) $y = x(y')^2 - \dfrac{1}{y'}$

f) $y = 2xy' + \sin(y')$

g) $y = \dfrac{3}{2}xy' + e^{y'}$

h) $y = xy' + \dfrac{ay'}{\sqrt{1+(y')^2}}$

i) $x(y')^2 - yy' - y' + 1 = 0$

j) $y = xy' + a\sqrt{1+(y')^2}$

k) $y = \dfrac{y}{y'} + \dfrac{1}{(y')^2}$

3. **Aplicaciones**

a) (CURVA APRENDIZAJE) La razón a la que las personas oyen hablar acerca de un nuevo aumento en los impuestos prediales es proporcional al número de personas en el país que no ha oído hablar al respecto.

1) Plantee la ecuación diferencial que describe el modelo
2) Encuentre la solución general de la ecuación diferencial planteada.

b) (DINAMICA DE MERCADO). Suponga que el precio de determinado artículo varía de modo que su razón de cambio con respecto al tiempo es proporcional a la escasez $D - S$ donde $D = 8 - 2p$ y $S = 2 + p$ son las funciones de demanda y oferta.

1) Si el precio es 5 cuando $t = 0$ y 3 cuando $t = 2$, halle $p(t)$.
2) Determine lo que ocurre con $p(t)$ a largo plazo.

c) Una persona tiene una fortuna invertida, que aumenta a una tasa proporcional al cuadrado de su capital actual. Si tenía 1 millón hace un año, y ahora tiene 2 millones. ¿Cuánto tendrá dentro de seis meses?

d) Suponga que en el Ecuador, el ritmo al que se propaga la noticia del aumento del precio de la gasolina es conjuntamente proporcional al número de personas que se enteran del aumento y al número de personas que no se han enterado todavía. Si actualmente el 5 % de los habitantes sabe la noticia y una semana más tarde el 15 % se han enterado de dicha noticia:

1) FORMULE una ecuación diferencial para determinar la cantidad de personas que se enteran de la noticia del aumento del precio de la gasolina en cualquier tiempo.
2) RESUELVA la ecuación diferencial para encontrar la cantidad de personas que se enteran de la noticia en función del tiempo.

3) ¿Qué porcentaje de personas se habrán enterado de la noticia 2, 3, 4 y 5 semanas más tarde?

4. **Integral Definida**

a) Calcular la suma superior e inferior para la región limitada por la gráfica de $f(x) = x^2$ y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$

b) Calcular el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje X y las rectas $x = -5$, $x = 3$ y mediante la definición de la integral mediante límite de una suma

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2}{9} - 1 & x < 0 \\ -2x^2 - 1 & x \geq 0 \end{cases}$$

c) Encontrar el área de región acotada por las curvas $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ y $g(x) = x^2 - 4x$ mediante la definición de la integral mediante límite de una suma

d) Sea la función f con regla de correspondencia

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & -3 \leq x \leq 0 \\ -\dfrac{x^2}{8} + 2, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$$

Expresando la integral como el límite de una suma halle el área de la región limitada por la gráfica de $y = f(x)$ y el eje X.

e) Mediante el límite de una suma hallar el área limitada por la gráfica de $f(x) = 3 + 2x - x^2$, la recta $x = 5$ y el eje X.

f) Sea la función $f(x) = x^3 - x^2 - 12x$, expresando la integral como límite de una suma halle el área de la región limitada por la gráfica de $y = f(x)$ y el eje X.

g) Visualizando la definición de integral definida como límite de una suma, calcule el área de la región limitada por la gráfica de $y = f(x)$, el eje X, las rectas $x = 1$, $x = 8$ si:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 3 \\ 6x - x^2, & x > 3 \end{cases}$$

h) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f, el eje X y las rectas $x = -5$, y $x = 3$ mediante la definición de integral definida, como límite de una suma

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^9}{9} - 1, & x < 0 \\ -2x^2 - 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

i) Expresar como una integral definida y evaluarla

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1+n}+\frac{1}{2+n}+\ldots+\frac{1}{n+n}\right)$$

j) Exprese como una integral definida y evaluarla

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1+n^2}+\frac{2}{2^2+n^2}+\ldots+\frac{n}{n^2+n^2}\right)$$

considere una partición de $[0,1]$