

Tema: Funciones Reales de Varias Variables

- Determinar el dominio $f(x, y) = \sqrt{x} \ln(1 + \sqrt{x^2 - y^2} + \frac{|x|}{|y|})$, esquematizar el dominio.
- Utilizando definición de límites demostrar:
 - $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = 0$
 - $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x^2y}{x^2 + y^2} = 0$
 - $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} (x + y^2) = 5$
- Probar que en los siguientes casos NO existe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$
 - $f(x, y) = \frac{-x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
 - $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$
 - $f(x, y) = \frac{2x^3y}{(x^2 + y^2)^2}$
 - $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x+y} & \text{si } x+y \neq 0 \\ 0 & \text{si } x+y = 0 \end{cases}$
- Calcular y representar las curvas de nivel de las funciones
 - $z = e^{\frac{2x}{x^2+y^2}}$
 - $z = -e^{xy}$
 - $z = |x| + y$
 - $z = |x| + |y| - |x + y|$
- Sea $g(x, y) = \frac{x^3 + 4x^2 + 2y^2}{2x^2 + y^2}$
 - Evalúe $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x, y)$
 - Redefina $g(x, y)$ de modo que sea continua para todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$
- Sea $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{2x^6 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 - $\dot{¿}f$ es continua en todo su dominio?

b) ¿ f es diferenciable en $(0, 0)$?

7. Sea

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(2xy^2)}{2(x^2 + y^4)^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Determinar si f es continua en $(0, 0)$

8. Dada la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy(y-x)}{x^2+y^2} & \text{si } y < x \\ y-x & \text{si } y \geq x \end{cases} \quad \text{Determinar si } f \text{ es continua en}$$

\mathbb{R}^2

9. Sea la función f definida por $f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & \text{si } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{si } x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$

Analizar la continuidad de f