Matemática I- Numeros Reales

Hermes Pantoja Carhuavilca

20 de Agosto del 2011

Teorema 0.1 (Media Aritmetica - Media Geometrica) *Sean a y b dos números reales no negativos. Entonces se tiene que*

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

con igualdad si y solo si $a = b$

1. Para $x \geq 0$ pruebe que $1 + x \geq 2\sqrt{x}$
2. Para $x \geq 0$ pruebe que $x + 1/x \geq 2$
3. Para $x, y \geq 0$ entonces $x^2 + y^2 \geq 2xy$
4. Para $x, y \geq 0$ entonces $2(x^2 + y^2) \geq (x + y)^2$
5. Para $x, y > 0$ entonces $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{y} \geq \dfrac{4}{x+y}$
6. Para $a, b, x > 0$ entonces $ax + \dfrac{b}{x} \geq 2\sqrt{ab}$
7. Si $a \geq b > 0$, entonces
$$\frac{1}{8}\frac{(a-b)^2}{a} \leq \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} \leq \frac{1}{8}\frac{(a-b)^2}{b}$$
8. Para $x, y, z > 0$ pruebe que $(a + y)(y + z)(z + x) \geq 8xyz$
9. Para $x, y, z > 0$ pruebe que $xy + yz + zx \geq x\sqrt{yz} + y\sqrt{zx} + z\sqrt{xy}$
10. Para $x, y \in \mathbb{R}$ pruebe que $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$
11. Sean a, b y c números positivos con $a + b + c = 1$, pruebe que
$$\left(\frac{1}{a} + 1\right)\left(\frac{1}{b} + 1\right)\left(\frac{1}{c} + 1\right) \geq 64$$