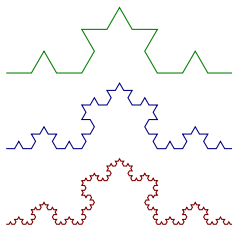


La Recta

Hermes Pantoja Carhuavilca

Facultad de Ingeniería Industrial
Universidad Nacional Mayor de San Marcos



Matemática I



CONTENIDO

Ecuaciones de la recta en \mathbb{R}^2

Ecuación de una recta definida por dos puntos

Posiciones Relativas

Entre un punto y una recta

Posición Relativa entre dos recta



OBJETIVOS

Se persigue que el estudiante:

1. Encuentre ecuaciones de rectas
2. Determine si dos rectas son coincidentes, paralelas o si son intersecantes
3. Encuentre punto de intersección entre rectas.
4. Encuentre ángulo de intersección entre rectas.



Ecuación de una recta definida por un punto y su pendiente

Ecuación de una recta definida por un punto $P_1(x_1, y_1)$ y su pendiente m

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Ecuación General de la recta

$$ax + by + c = 0$$



Ejemplo

Hallar la ecuación general de la recta que contiene a los puntos $(-2, 3)$ y $(1, -2)$

Ejemplo

Demuestre que la ecuación de la recta que contiene a los puntos $(A, 0)$ y $(0, B)$ es

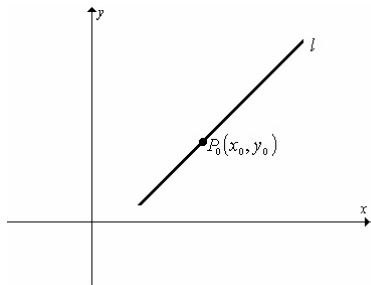
$$\frac{x}{A} + \frac{y}{B} = 1$$



ENTRE UN PUNTO Y UNA RECTA

Definición (Un punto P_0 pertenece a la recta l)

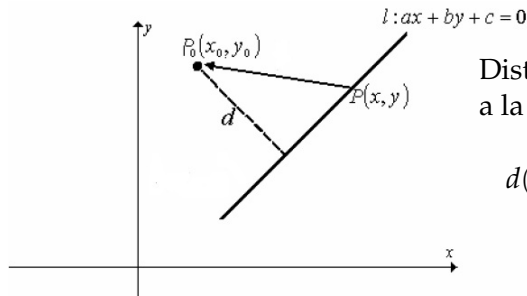
Un punto P_0 de coordenadas (x_0, y_0) pertenece a la recta l con ecuación $ax + by + c = 0$ si y solo si las coordenadas del punto satisfacen la ecuación de la recta, es decir $ax_0 + by_0 + c = 0$.



Definición (El punto P_0 no pertenece a la recta l)

Un punto P_0 de coordenadas (x_0, y_0) **no pertenece** a la recta l con ecuación $ax + by + c = 0$ si y solo si **las coordenadas del punto no satisfacen la ecuación de la recta**, es decir $ax_0 + by_0 + c \neq 0$.

En este caso podemos determinar la fórmula de la distancia entre el punto y la recta.



Distancia del punto $P(x_0, y_0)$ a la recta l

$$d(P_0, l) = \left| \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$



Definición (Rectas coincidentes)

Sea l_1 una recta con ecuación $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ y sea l_2 una recta con ecuación $a_2x + b_2y + c_2 = 0$. Entonces l_1 y l_2 son coincidentes si solo si:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$$

Definición (Rectas Paralelas)

Dos rectas l_1 y l_2 con ecuaciones $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ y $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ son paralelas si solo si:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

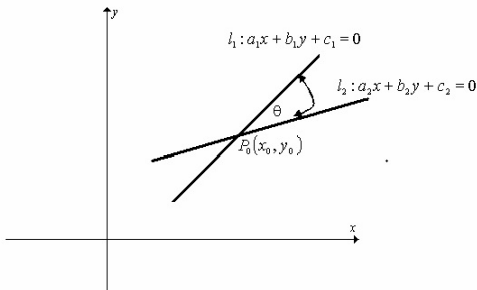


Definición (Rectas intersecantes)

Dos rectas l_1 y l_2 con ecuaciones $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ y $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ son intersecantes si solo si:

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

Cuando las rectas son intersecantes podemos hallar el punto de intersección y el ángulo entre ellas.



Para encontrar el punto bastará con resolver el sistema simultáneo

$$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1 = 0 \\ a_2x_0 + b_2y_0 + c_2 = 0 \end{cases}$$



